Protokoll vom 16.02.2002 Portfoliomanagment

Überblick

→ mathematische Grundlagen
→ Portfoliotheorie
- Portolio-Selection
- CAPM
- APT
- Markteffizienz

→ Asset-Allocation (praktische Anwendung der Portfoliotheorie)
- SAA (strategische ~)
- TAA (taktische ~)
- Parameterermittlung

→ Performance-Messung

→ Portfolio-Insurance

<u>Mathematische Grundlagen</u>:

Erwartungswert: Der Erwartungswert im Sinne der Portfoliotheorie gleicht dem Mittelwert (mittlere Rendite)
Annahme: mittlere Rendite der Vergangenheit gilt auch für die Zukunft → Erwartungswert

Formel: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{n}$ $\bar{x}$ = Erwartungswert, x= Rendite im jeweiligen Jahr, n= Anzahl der Jahre

► E (225,225,240,215,230)
= 1/5 * (225+225+240+215+230)
= 227

Standardabweichung: Maß der mittleren Abweichung von der fiktiven mittleren Entwicklung (Erwartungswert)

Formel: $\sigma^2 = \frac{-\sum_{i=n}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}$ σ = Standardabweichung

$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

► σ^2 (225,225,240,215,230)

$= 1/4 * \left((225-227)^2 + (225-227)^2 + (240-227)^2 + (215-227)^2 + (230-227)^2 \right)$

= 82,5

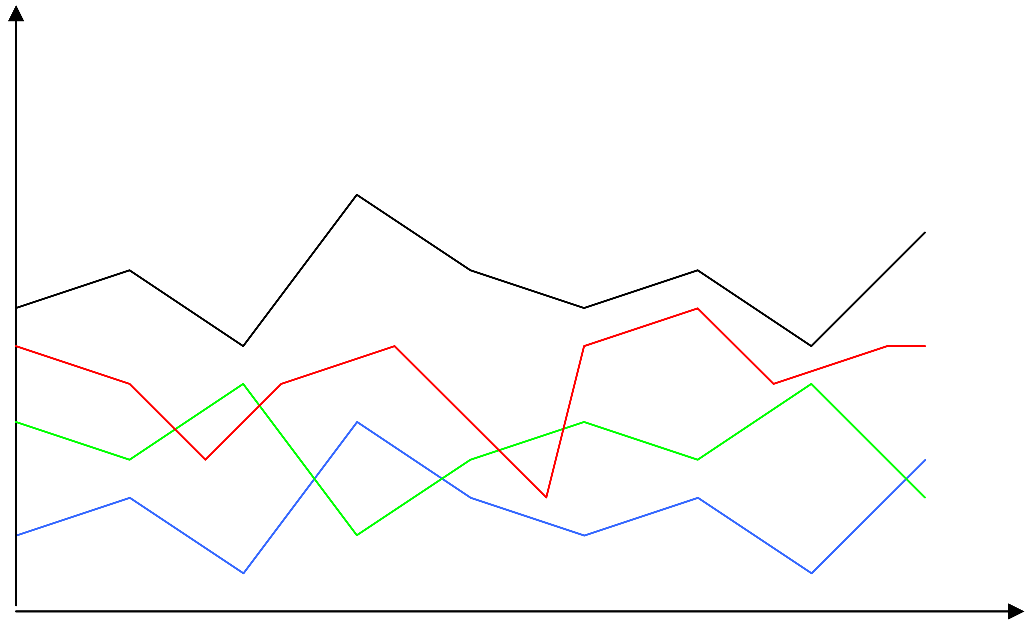
$\sigma = \sqrt{82{,}5} = 9$

Volatilität: Für eine große Anzahl von Beobachtungen konvergiert die Standardabweichung die Volatilität => Standardabweichung heißt ab jetzt Volatilität

Formel: $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{\infty} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n-1}$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Korrelation / Kovarianz:



Korrelation (ρ) = normiertes Verbundheitsmaß => $\rho_{i,j}\,[-1{,}1]$

Kovarianz (COV) = nicht normiertes Verbundheitsmaß

Drei verschiedene Zusammenhänge:

- gleichgerichtetes Verhalten $\rho_{i,j}$ = nahe + 1 (Blau, Schwarz)
- entgegengesetztes Verhalten $\rho_{i,j}$ = nahe ./. 1 (Blau, Grün)
- unabhängiges Verhalten $\rho_{i,j}$ = nahe 0 (Blau, Rot)

Formel: $COV_{x,y} = \sigma_{x,y} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty}(x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{n-1}$

$$\rho_{xy} = \frac{COV_{xy}}{\sigma_x * \sigma_y}$$

$\sigma_{x,y} \neq \sigma_x$ $\sigma_{x,y} =$ Kovarianz

$\sigma_{x,y} \neq \sigma_y$ $\sigma_x / \sigma_y =$ Volatilität / Standardabweichung

Korrelationsmatrix:

Speziell: Verbundverhalten eines Investments zu sich selbst; i=j (Diagonale in der Korrelationsmatrix)

Berechnung: $\rho_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{\sigma_i \sigma_j}{\sigma_i \sigma_j} = 1$

<u>Zusammenfassung</u>:

→ der Erwartungswert beschreibt die wahrscheinlichste Ausprägung
→ in der Portfoliotheorie kann der Mittelwert als Erwartungswert verwendet werden
→ die Volatilität beschreibt die Abweichung vom Erwartungswert
→ die Volatilität wird als Standardabweichung berechnet
→ Renditen sind im Rahmen der Portfoliotheorie normalverteilt
→ sie werden durch den Ertragswert und die Volatilität beschrieben
→ den Gleichlauf zweier Zeitreihen beschreibt die Korrelation

Übungsaufgabe:

Ermitteln Sie Erwartungswert, Volatilität und Korrelation der Renditen folgender Aktien!

Datum	Kurse X	Rendite X	Kurse Y	Rendite Y	$\boxed{x-\bar{x}}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})*(y-\bar{y})$
Jan 92	82	7	33	3	-2,6	2,3	6,76	5,29	-5,98
Apr 92	89	6	36	-2	-3,6	-2,7	12,96	7,29	9,72
Jul 92	95	4	34	5	-5,6	4,3	31,36	18,49	-24,08
Okt 92	99	-2	39	5	-11,6	4,3	134,56	18,49	-49,88
Jan 93	97	3	44	-3	-6,6	-3,7	43,56	13,69	24,42
Apr 93	100	5	41	-1	-4,6	-1,7	21,16	2,89	7,82
Jul 93	105	25	40	8	15,4	7,3	237,16	53,29	112,42
Okt 93	130	24	48	1	14,4	0,3	207,36	0,09	4,32
Jan 94	154	26	49	1	16,4	0,3	268,96	0,09	4,92
Apr 94	180	10	50	-4	0,4	-4,7	0,16	22,09	-1,88
Jul 94	190	0	46	-5	-9,6	-5,7	92,16	32,49	54,72
Okt 94	190	-10	41	-9	-19,6	-9,7	384,16	94,09	190,12
Jan 95	180	10	32	-5	0,4	-5,7	0,16	32,49	-2,28
Apr 95	190	30	27	-2	20,4	-2,7	416,16	7,29	-55,08
Jul 95	220	10	25	-4	0,4	-4,7	0,16	22,09	-1,88
Okt 95	230	36	21	0	26,4	-0,7	696,96	0,49	-18,48
Jan 96	266	-1	21	2	-10,6	1,3	112,36	1,69	-13,78
Apr 96	265	13	23	-3	3,4	-3,7	11,56	13,69	-12,58
Jul 96	278	14	20	-1	4,4	-1,7	19,36	2,89	-7,48
Okt 96	292	-18	19	0	-27,6	-0,7	761,76	0,49	19,32
Jan 97	274		19						
Mittelwert		9,6		-0,7					
Summe/20							172,94	17,47	
Sigma/Volatilität							**13,15067**	**4,179713**	
Kovarianz									11,72
Korrelation									**0,213222697**

Portfoliotheorie:

-beschäftigt sich mit dem Zusammenhang zwischen Risiko und Rendite
- Hauptziel: optimale Aufteilung des Portfolios im Hinblick auf den Nutzen des Investors

- Unsicherheit und Ungewissheit (Buch S. 23)

- Diversifikationseffekt: durch Aufteilung des Portfolios entsteht bei gleich bleibender gemittelter Rendite ein geringeres Risiko - am stärksten bei negativer Korrelation –

Diversifikationseffekt in Abhängigkeit von der Wertpapieranzahl "N" (Buch S. 47)

<u>Mathematische Formeln</u>:

Rendite Portfolio: $W_A * r_A + W_B * r_B$ W = Wahrscheinlichkeit, Gewichtung

Portfoliorisiko = $\sigma_{Portfolio} \quad (\sigma_A, \sigma_B, \varsigma_{A,B})$

Portfolioformel für das Risiko: $\sigma_{Portfolio} = \sqrt{W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + 2W_A W_B \sigma_A \sigma_B \rho_{A,B}}$

► 1.Fall: ρ=1 (Roh=1)

$$\sigma_P = \sqrt{W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + 2W_A W_B \sigma_A \sigma_B}$$
$$\sigma_P = \sqrt{(W_A\sigma_A + W_B\sigma_B)^2}$$
$$\sigma_P = W_A\sigma_A + W_B\sigma_B$$

► 2. Fall: ρ = 0

$\sigma_P = \sqrt{W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2}$ < der Summe der gewichteten Einzelrisiken $W_A\sigma_A + W_B\sigma_B$

↑

entspricht dem Ergebnis aus Fall 1,
da in Fall 1 noch ein positiver Term
ist → Fall 0 < Fall 1

► 3. Fall: ρ = - 1

$$\sigma_{Portfolio} = \sqrt{W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 - 2W_A W_B \sigma_A \sigma_B}$$
$$\sigma_{Portfolio} = 0 \ \textbf{!}$$

$$\begin{pmatrix} W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 = 2W_A W_B \sigma_A \sigma_B \\ \sigma_A, \sigma_B = gegeben / W_A, W_B : gesucht \end{pmatrix}$$